ACTES DE LA VI TROBADA D'HISTÒRIA DE LA CIÈNCIA I DE LA TÈCNICA
(BARCELONA, SCHCT, 2002), 397-408

ESCUELA DE PALAS

Juan Navarro Loidi
I.B.D.G. - G.U.B.I.

Palabras clave: *fortificación, matemáticas, jesuitas, siglo XVII*.

The «Escuela de Palas» treatise

Summary: *The present paper studies the treatise Escuela de Palas, School of Pallas, published in Milan in 1693. It is a long book devoted to mathematics and military techniques. In mathematics a notable level is shown and it follows the Spanish Jesuit J. Zaragoza, generally. The most important theories in fortification are analysed in military studies; it supports Galileo's theories in ballistics and reveals the difficulties of Spanish military men to accept the leadership of Vauban at the end of XVII century.*

Finally it is explained why, despite its merit, this treatise has not had a big influence in the evolution of Spanish military architecture.

Key words: *Fortification, mathematics, Jesuits, XVII century.*

El contenido de la *Escuela de Palas* está resumido en su portada, que dice:

ESCUELA DE PALAS O SEA CURSO MATHEMATICO DIVIDIDO EN XI. TRATADOS, QUE CONTIENEN La Arithmetica, Geometria Especulativa, Practica, Lugares planos, Dados de Euclides, Esphera, Geographia, Algebra Numerosa, y Especiosa, Trigonometria y Logarithmica, y ultimamente el ARTE MILITAR, Donde se proponen, y dibuxan con primor las Construcciones de los Authores famosos Antiguos, y Modernos. Se explica con facilidad la Fortificacion Regular, Irregular, y manera de delinear todas sus partes sobre el Terreno. Se discurre con claridad de la forma de marchar, acampar, aloxar, y aquartelar los Exercitos. Se describe y pinta la Artilleria, Morteros, Fuegos, y quanto se necesita para atacar, y defender las Plazas. Se enseña con brevedad el modo de mandar, y executar los Exercicios Militares de la Infanteria Española. ES OBRA CURIOSA Y PROVECHOSA PARA LA NOBLEZA, Y MILITARES. Sale la primera vez enriquecida de muchas y primorosas Laminas En Milan en la Emprenta Real, por Marcos Antonio Pandulpho Malatesta. Año MDCXCIII CON LICENCIA DE LOS SUPERIORES.

La obra comienza con quince escritos laudatorios. Entre sus firmantes están los mejores matemáticos de Milán de aquel tiempo, como Pedro Pablo Caravaggio, profesor de la Escuela Palatina, o Tomasso Ceva poeta y profesor del colegio de los jesuitas, hermano de

Giovani Ceva y profesor de Sachieri. Entre los españoles sobresale el valenciano José Chafrión, probable responsable de esta obra, que fue Cuartel Maestre General, en Milán y, a partir de 1694, Ingeniero en Jefe del ejército en Cataluña.

Las Matemáticas de la *Escuela de Palas*

Los tratados de matemáticas son, en buena parte, un extracto de las obras del jesuita José Zaragoza[1]. En concreto, los tratados de la *Escuela de Palas* se pueden relacionar con los siguientes textos o autores:

Tratado	**Fuente**
I Arithmetica	*Arithmetica Universal* de Zaragoza de 1669. "Libro Primero de la Arithmetica Menor" y comienzo del "Libro II De las Rayzes."
II Geometria Especulativa	*Geometría Especulativa y Practica de los Planos y Solidos*, de Zaragoza de 1671, la parte especulativa.
III Geometria Practica	*Geometría Especulativa y Practica de los Planos y Solidos*, de Zaragoza de 1671, la parte práctica
IV Lugares Planos	Zaragoza?
V Dados de Euclides	?
VI Esphera celeste y terraquea	*Esphera en comun celeste y terraquea* de Zaragoza de 1675
VII Geographia	Riccioli?
VIII Algebra (Numerosa)	*Arithmetica Universal* de Zaragoza de 1669. "Libro III de la Algebra"
IX Algebra Especiosa	?
X Trigonometria y Logarithmica	*Trigonometria Española* de Zaragoza de 1672
XI Arte Militar	Original

La aritmética contiene la definición de número y la forma de escribirlos, las operaciones con enteros, los quebrados, la proporcionalidad y sus aplicaciones, las progresiones aritméticas y geométricas y finalmente las raíces cuadradas y cúbicas.

Evita los números negativos e irracionales, y deja de lado la mayor parte de lo que dice Zaragoza en su libro sobre las raíces; pero no duda en utilizarlas en álgebra, por ejemplo en las ecuaciones de segundo grado. Tampoco incluye el capítulo del jesuita dedicado a las fracciones decimales, aunque las usa para aproximar las raíces inexactas. Los capítulos dedicados a la combinatoria, a aplicaciones a la astronomía o a los cuadrados mágicos de la *Aritmetica Universal,* también faltan en la *Escuela de Palas.*

La geometría tiene bastante presencia en este libro, pues se dedican a ella los tratados II, de la Geometría Especulativa, III, de la Geometría Práctica, IV, de los Lugares Planos, y V, de los Dados.

1. Lo decía ya el profesor E. Recasens en su tesis «La *Geometria magna in minimis* de J. Zaragozà», presentada en la U. A. B. en 1991.

Los tratados II y III son una versión pedagógica de los *Elementos* de Euclides. La «Geometria especulativa» comienza con unos «Proemiales» donde van todas las definiciones, axiomas y postulados de los *Elementos*, explicados y agrupados por materias, lejos de la concisión y precisión del texto griego.

El resto de la Geometría Especulativa está dividido en los libros I, II, III, V, VI y XI. En cada uno van los teoremas del libro de los *Elementos* correspondiente, agrupados por materias, salvo en el libro XI en el que están los teoremas de los libros XI y XII.

La geometría práctica se divide en ocho «Problemas». Cada problema recoge las proposiciones prácticas de un libro de los *Elementos*, aunque en algunos se mezclan las de varios libros, y también se introduce alguna cuestión nueva. El octavo problema es diferente, se titula «De los problemas no resueltos» y es una exposición de la situación en que se encontraba, a finales del siglo XVII, la resolución de los problemas clásicos griegos, como la trisección del ángulo, hallar dos medias proporcionales, la inscripción del heptágono o la cuadratura del círculo.

Comparándolo con la *Geometría Especulativa y Practica* de Zaragoza, publicado en 1671, se comprueba que estos dos tratados de la *Escuela de Palas* se han escrito resumiendo y simplificando la obra del jesuita (Navarro Loidi, 1996: 446-449). Por eso son más breves, pero no más fáciles de entender. Incluso alguna simplificación lleva a incorrecciones.

El «Tratado IV De Los Lugares Planos» de la *Escuela de Palas* tiene 100 proposiciones, de las que bastantes están tomadas de la *Colección matemática* de Pappo, algunas proceden de los *Elementos*, en particular del libro XIII, pero en muchos casos no se ha podido encontrar la fuente. En general, parece un intento de recuperar los *Lugares Planos* de Apolonio a partir de las explicaciones de Pappo, como los que hicieron Viète, Fermat, Zaragoza u Omerique. No se ha encontrado una relación directa con ninguna de esas tentativas que se escribieron en el siglo XVII. Es posible que sea la traducción de un intento de Zaragoza, anterior a los dos ensayos(Santucho, s.a.: 8; Recasens, 1997: 665) que se conocen.

El «Tratado V Los Dados de Euclides» es una traducción bastante fiel del original griego del libro y, probablemente, sea la primera y única edición en castellano de los *Datos* de Euclides (Navarro Loidi, 1996: 437-439). Tiene doce definiciones, y noventa y cinco proposiciones y es un complemento de los *Elementos* en el que se resuelven cuestiones de geometría plana con métodos analíticos.

En conjunto, estos tratados dan una visión bastante amplia de la geometría clásica elemental. Parecen relacionados con el movimiento de recuperación de la tradición griega, propio de los siglos XVI y XVII, pero también se ha encontrado alguna influencia de los métodos infinitesimales, en argumentos como:

«Porque los sectores, segmentos, y circulos son iguales a la suma de todos los triángulos continuada infinitamente la biseccion...» (19)[2]

Esta forma de razonar más recuerda a Demócrito que a Cavalieri, pero el influjo de éste se reconoce explícitamente al dar la forma de hallar el área de un triángulo esférico, cuando se afirma:

«Esta admirable proprocion hallo Buenaventura Cavalerio jesuata italiano, [...] y quando no huviera ilustrado las Matematicas la sutileza de su ingenio con el nuevo Metodo de los indivisibles, sola esta proposicion le pudo merecer nombre inmortal» (72).

2. En las citas de la Escuela de Palas sólo se da el número de página.

Estas alabanzas a Cavalieri están también en la *Esphera* de Zaragoza.

El autor no estudia las cónicas, ni otros problemas sólidos o lineales, pues le parecen demasiado complicados y poco útiles para la formación militar.

El tratado siguiente se titula «Esphera Celeste y Terraquea» y está basado en la *Esphera* de Zaragoza. En él se incluye una parte de geometría de la esfera, otra de estudio de los cielos y otra dedicada a la tierra.

La parte dedicada a las matemáticas de la esfera es un resumen de la adaptación de *La Esfera* de Teodosio Tripolita que hizo Zaragoza. La consagrada al estudio de los cielos sigue siendo, principalmente, un extracto del libro de Zaragoza. Al abreviar éste, en varios casos, quita las explicaciones que mostraban la influencia de las nuevas ideas. Así, de la teoría de Copérnico sólo queda la condena, aunque más adelante acepta que:

«Todas las dichas opiniones son probables porque todas salvan el movimiento aparente de los planetas» (75).

El autor de la *Escuela de Palas* añade algunas menciones a P. Hurtado y a Dechales, tratando de poner al día los conocimientos de Zaragoza, pero las novedades son pocas.

En el apartado sobre la tierra defiende claramente la ley dada por Galileo para la caída de los graves:

«Quando los graves baxan al centro, aumentan la velocidad con la razon duplicada del tiempo, esto es, los espacios son como los quadrados del tiempo» (86).

No añade los comentarios de Riccioli matizándolo, que pone Zaragoza, por lo que la defensa de Galileo es más clara en la *Escuela de Palas*.

Para representar la tierra distingue tres casos, según se dibuje sobre un globo, en un mapamundi, o se quiera para usar en navegación.

La «Geographia» no proviene de *La Esphera* ni de ninguna obra conocida de Zaragoza. Comienza con una introducción bastante corta, donde se explican los términos utilizados. Luego se da una descripción, tanto física como política, de los continentes, que resulta bastante ajustada. La ignorancia que tiene de las tierras polares y australes, o del centro de Africa o Asia, era corriente en esa época.

En la segunda parte del tratado de geografía estudia las mediciones en la superficie de la tierra y da una tabla con las longitudes y latitudes de 400 ciudades. Después vuelve a explicar la representación de la tierra en un globo o en un mapamundi. Varios de estos temas están ya estudiados en la «Esphera», o los analiza en el Arte Militar.

Hay muchos detalles que llevan a pensar que para este tratado se ha basado en un autor italiano, probablemente Riccioli, que es citado varias veces y del que se toman diversos datos.

La Geografía resulta amplia y correcta, pero no se acompañan las descripciones con mapas. Sólo tiene dos láminas tomadas de la *Arquitectura Civil* de J. Caramuel, de 1678, y una tercera parecida a las que dibujó J. Chafrión para su libro *Plantas de las Fortificaciones [...] de Milan* de 1682. En esto se diferencia de los tratados anteriores, pues en La Esfera y en la Geometría, especulativa o práctica, las figuras son iguales a las de los correspondientes libros de Zaragoza.

La *Escuela de Palas* tiene un tratado de álgebra «numerosa» y otro de álgebra «especiosa». En el primero estudia los polinomios, y las ecuaciones con coeficientes numéricos y lo presenta como la aplicación del álgebra a la aritmética. El segundo trata de polinomios y ecuaciones con coeficientes no determinados y lo considera orientado a la geometría.

En los dos tratados se tocan los mismos puntos. Primero se define y se da la forma de escribir la incógnita y sus potencias. A continuación se ven los polinomios y las fracciones polinómicas. Luego estudia las ecuaciones, viendo los distintos tipos que se pueden presentar, y cómo encontrar la solución. El último punto es la resolución de problemas, que en el primer tratado son aritméticos, y se resuelven con números, y en el segundo geométricos, y se resuelven con fórmulas, números o segmentos.

Las ecuaciones que resuelve son como máximo de segundo grado, o reducibles a segundo grado. Para las restantes dice en el Algebra Numerosa que se debe acudir a los métodos de Viète o Descartes, o, en algunos casos, a Cardano, o Tartaglia. En el Algebra Especiosa dice que «los problemas se distinguen en planos, solidos y lineares» (173) y para estos últimos envía también a los escritos de Descartes y Viète.

Pese a que el esquema de los dos apartados es parecido, su desarrollo no lo es, porque la notación y la terminología son muy diferentes. Estas disparidades en dos materias similares, que se estudian en tratados consecutivos, son bastante incómodas. En otros asuntos también se repiten cuestiones, pero no existe tanto cambio. La razón de esta diferencia es que los dos tratados de álgebra proceden de fuentes diversas. El Algebra Numerosa puede ser una versión reducida, y con varios cambios, del libro III de la *Arithmetica* de Zaragoza, mientras que el Algebra Especiosa no concuerda con ese texto. No se ha podido encontrar de dónde puede proceder el álgebra especiosa, pero no parece probable que sea completamente original.

El último tratado de matemáticas estudia la trigonometría e incluye también los logaritmos. Está tomado del libro de Zaragoza *Trigonometria Española* aunque no sigue en todo al jesuita. Por ejemplo, no incluye su tabla de logaritmos. Al comienzo menciona una docena de tablas, entre las que están las de Zaragoza y Caramuel, pero más tarde aconseja las de Briggs, Cavalieri y Vlac. También es diferente la introducción, que incluye una cita del cisterciense.

El libro tiene una primera parte en la que define las líneas trigonométricas para ángulos del primer o segundo cuadrante, y da sus teoremas y propiedades fundamentales. Explica la manera de hallar sus valores y, vista la dificultad que tiene el calcularlos con precisión, introduce los logaritmos. Defiende los logaritmos directos, y no los retrógrados, como prefería Caramuel, y considera que los decimales son los más útiles.

Los apartados posteriores del tratado se consagran a la resolución de los triángulos planos y esféricos.

La elección de Zaragoza para elaborar la parte matemática del tratado, parece acertada pues fue el mejor profesor de matemáticas del reinado de Carlos II. La adaptación de los textos merece un juicio más matizado. La idea de evitar los irracionales y los problemas no resolubles con regla y compás, parece correcta, y también parece oportuno simplificar los libros de Zaragoza, pero, en más de una ocasión, la reducción del texto se hace a costa de la claridad, y la precisión. Por otra parte, se echa de menos una corrección final que quitara las repeticiones y unificara las notaciones y los simbolismos.

Es cierto que no tiene unas matemáticas elevadas, ni resultados originales, pero, profundiza mucho más en las matemáticas que otros libros de formación bélica del último tercio del siglo XVII. Los tratadistas militares españoles, como S. Fernández de Medrano, F. Larrando de Mauleón o A. de Zepeda, o extranjeros como el Abbé Du Fay, nunca incluían en sus textos materias como el álgebra, los Datos, los Lugares Planos, o la Esfera, como hace este libro.

Si se compara la *Escuela de Palas* con los cursos de matemáticas más populares de aquel tiempo, como el *Cursus seu Mundus Mathematicus*, de 1674, del jesuita Dechales, el *Compendio Mathematico* del valenciano Tosca, de 1707, o el *Elementa Mathesos Universae* del prusiano Ch. Wolff, de 1713, se advierte que éstos incluían materias como mecánica, estática, y otras muchas, de las que la *Escuela de Palas* sólo incorpora la geografía. Esto resulta sorprendente y la explicación es que el autor pensaba publicar un segundo volumen donde iba a incluir estos temas. Así lo afirma, al menos para la arquitectura civil y la óptica (46 y 158). La guerra con Francia hizo que Chafrión se trasladara a Cataluña y este segundo tomo no se imprimió.

El arte militar en la *Escuela de Palas*

Esta segunda mitad de la obra no sigue a J. Zaragoza, ni a ningún otro autor, y es completamente original. Se divide en dos libros. El primero trata de la fortificación regular y de las teorías existentes en la arquitectura militar en el siglo XVII. El segundo comienza con la fortificación irregular, prosigue con la construcción de almacenes, y otros elementos menores, pasa luego a la forma de marchar y acampar de un ejército, y a la manera de asaltar y defender una plaza, y, por último, estudia la artillería y las voces de mando de la infantería.

Las láminas juegan un papel importante en esta sección, pues ocupan más de la tercera parte de sus páginas. Muchas están firmadas por Zangiacomi, el capitán Thomas Llop, o el capitán Marcos de Araciel. No obstante, la mayoría están sin firma y su autor podría ser Chafrión que era un excelente dibujante y grabador.

En infantería no estudia la formación de escuadrones. La razón puede ser que los fusiles con bayoneta estaban marginando a picas y mosquetes, y al agrupamiento en tercios, pero se echa de menos una discusión sobre la organización y el armamento de la infantería.

En artillería se extiende poco, aunque trata las cuestiones fundamentales, como los tipos de piezas, y los alcances. Respalda la trayectoria parabólica de los proyectiles. Lejos de eludir el tema, como otros tratadistas militares españoles, y de las vacilaciones de los escritores jesuitas, el autor de la *Escuela de Palas* defiende claramente a Galileo y Torricelli y «su gran ciencia» (204)[3].

La fortificación está tratada con amplitud. La forma de edificar plazas fuertes que propugna el autor es correcta, con buenas proporciones, proponiendo obras exteriores para dar profundidad a la defensa, y haciendo comentarios que muestran que era una persona experta. Pero incluye demasiados cálculos para que resulte didáctica.

Es interesante la crítica que hace a las maneras de fortificar propuestas por 53 especialistas contemporáneos o anteriores a este libro. Entre esos autores están los españoles D. de Villegas, A. de Zepeda, J. Zaragoza, Fernández de Medrano, M. Morán y J. Caramuel y, más brevemente, otros anteriores, como C. Lechuga, C. Rojas, M. Alvarez, o González de Medinabarba.

Entre los primeros, de Medrano alaba la claridad de sus textos y su buena pedagogía

3. Navarro Brotons (1983) «Chafrión José» en: *Diccionario Histórico de la Ciencia Moderna en España*, I, 212. Navarro Loidi (1997) «El movimiento de los proyectiles y los escritos de los militares españoles del siglo XVII.» En: *IV Trobades d'Història de la Ciència i de la Tècnica*.

y comenta las dos formas de fortificar que defendió. De Zepeda, explica sus cinco métodos para diseñar una fortaleza y de Zaragoza dice:

«Fue mi primer Maestro, y asi le devo por obligacion restituir lo que me à enseñado, publicando su facil, claro y breve Methodo de Fortificar» (96).

En particular alaba sus flancos que considera tan buenos como los de Vauban.

Elogia a Caramuel y explica con claridad su método de fortificar, similar al de Pagan. También está tomado, literalmente, de la *Architectuta Civil* del cisterciense el método que llama austríaco.

José Chafrión, o quien haya sido el autor, tenía un buen conocimiento de los escritores españoles de fortificación de finales del siglo XVII. Tal vez sea demasiado favorable a los dos religiosos, pero no hay que olvidar que Zaragoza fue profesor de Chafrión y tutor del marqués de Leganés, su jefe, y Caramuel fue profesor y contertulio en Vigevano de Chafrión.

Para juzgar mejor la fortificación que se propone en la *Escuela de Palas* conviene analizar la valoración que hace de Vauban. En primer lugar lo coloca entre los autores italianos de comienzos del siglo XVII, diciendo:

«Aunque esta construccion debia ponerse a lo ultimo, por ser de las mas modernas, me à parecido bien el describirla inmediatamente despues de las de Marchi y Lorino, para hazer ver, que esta se compone de entrambas» (26).

En la explicación muestra que tenía un buen conocimiento de los sistemas de fortificar de Vauban, y que sabía que era el método de más éxito en su tiempo; pero no acepta su superioridad:

«Queda probado que en esta famosa Construccion de Monsieur de Vauban. no havemos hallado cosa nueva, que no la hayan escrito, los Authores italianos» (28).

Le considera, por lo tanto, poco original. Pero, su razonamiento es parcial pues, para reforzar su tesis, toma como ejemplo Casale, plaza construida por Lorino que Vauban sólo reformó, en lugar de elegir Brisach, por ejemplo, que también conocía.

A Vauban no le quiere dar la importancia que tenía, probablemente porque era un enemigo al que no se debía ensalzar, aunque también es posible que, acostumbrado a trabajar sin dinero ni personal suficiente, le pareciera fácil construir buenas plazas fuertes en las condiciones del ejército francés.

La parte de Arte Militar de la *Escuela de Palas* tiene gran valor para conocer la situación de las técnicas militares en el ejército de Carlos II. Es una obra que sobresale por la amplitud y solidez de sus enseñanzas, sobre todo en fortificación. En su época tuvo una influencia directa en el libro *Escuela Militar,* publicado en 1705 y escrito por el jesuita J. Cassani, que al estudiar los autores españoles comienza con el «Methodo del Autor de la *Escuela de Palas*» al que llama «sapientísimo». Pero, Cassani a quien da más importancia es a Vauban. Otro autor que cita la *Escuela de Palas* es T. V. Tosca, en el tomo V de su *Compendio Mathematico*.

En la enseñanza posterior, aparece mencionada en algún manuscrito de los cursos dados en la Academia de Ingenieros de Barcelona, y el libro estaba en la biblioteca de esa academia, y entre los que poseía la Sociedad Matemática Militar de Madrid en 1761[4].

Sin embargo, no influyó mucho en la formación de los ingenieros militares españo-

4. Ver Gutiérrez y Esteras (1991) *Territorio y fortificación,* 66, y Cuesta Dutari (1985) *Historia de la Invención del Análisis Infinitesimal y de su Introducción en España*, 221 y 230.

les. Durante el reinado de Carlos II, dada la falta de preparación general y la escasez de ingenieros, lo que se necesitaba eran manuales para la enseñanza y este libro es más una enciclopedia que un libro de texto. Por otra parte, en esa época, los que querían aprender fortificación eran soldados expertos sin estudios, y para ellos era más útil *El Ingeniero* de Fernández de Medrano, que la *Escuela de Palas*.

Al pasar el tiempo, con la apertura de las reales academias militares, los jóvenes con preparación volvieron a interesarse por la ingeniería militar y mejoró el nivel matemático; pero la *Escuela de Palas* no se hizo más popular porque, para entonces, la fortificación teórica estaba dominada por la obra de Vauban.

Bibliografía

NAVARRO LOIDI, J. (1996), «Les différentes versions des Eléments d'Euclide publiées en espagnol aux XVIe, XVIIe, et XVIIIe siècles». En: AUSEJO, E. y HORMIGON, M., *Paradigms and Mathematics*: 427-500.

RECASENS, E. (1997), «De locis Planis: un manuscrit inèdit de J. Zaragozà», En: BLANES, G. *et al*., *IV Trobades d'Història de la Ciència i de la Tècnica*, Barcelona, IEC, 663-671.

SANTUCHO A., (s.a.), *Engaños de la Otra Vida,* (Aproximadamente de1678)

Figura 1. Contraportada de la Escuela de Palas.

ALGEBRA

Numerosa	Especiosa
Potencias de la incognita	Potencias de la incognita
0. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. N. R. q. c. qq. sſ. qc. Bsſ. qqq. 1. 2. 4. 8. 16. 32. 64. 128. 256.	0. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. n. √. q. c. qq. qc. cc. qqc. ccq. ccc. 1. 2. 4. 8. 16. 32. 64. 128. 256. 512.
Problema de segundo grado	Problema de segundo grado

Numerosa

I I.

Dado el produćto de dos numeros, hallar los dichos dos numeros, y conſecutivamente otro entremedio, que exceda al menor dellos en un numero dado, y falte del mayor en otro numero dado.

EL produćto ſea 48, el exceſſo 5, el defecto 3. Supongaſe, que el numero medio, que ſe buſca ſea 1 R, haviendo de exceder al menor en 5, ſerà el dicho menor 1 R — 5, haviendo de faltar del mayor en 3, ſerà el mayor 1 R † 3; multiplicandoſe eſtas dos cantidades, el produćto dellas ſerà 1 q — 2 R — 15, que haviendo de ſer igual a 48, eſtarà la igualacion entre 1 q — 2 R — 15, y 48; añadiendoſe 15 a cada parte, eſtarà la igualacion entre 1 q — 2 R, y 63; añadiendoſe de nuevo 2 R a cada lado, eſtarà la igualacion entre 1 q, y 63 † 2 R, cuya rayz ſe extraherà en la forma ſiguiente.

La mitad del numero de las rayzes ſerà 1, a cuyo quadrado añadiendoſe 63, la ſuma ſerà 64, a cuya rayz, que es 8, añadiendoſe la unidad, que es la mitad del numero de las rayzes, ſu agregado ſerà 9, rayz que ſe buſcaba, y porque el uno de los extremos era 1 R — 5, vendrà a valer 4, y ſiendo el otro extremo 1 R † 3, ſu valor ſerà 12, ſiendo evidente, que el produćto de 12 por 4 es 48 numero propueſto.

Especiosa

Dividir una dada cantidad B en dos partes, de tal manera, que el produćto de ſu multiplicacion, juntamente con un dado plano Cp, tenga a la ſuma de los quadrados de las miſmas la razon de R a S.

SEA una de una de las partes A; luego la otra ſerà B — A, la quales multiplicadas entre ſi daran B ∗ A — A q.

La ſuma de los quadrados ſerà B q — 2 B ∗ A † 2 A q.

Luego ſerà B ∗ A — A q † Cp. B q — 2 B∗A † 2 A q : : R. S,

Y el hecho debaxo los extremos ſerà igual al hecho de medio; con que ſerà
B∗ A ∗ S — A q ∗ S † Cp ∗ S ⊏ B q ∗ R — 2 B ∗ A ∗ R † 2 A q ∗ R.

Se deve advertir, que B q ∗ R à de ſer mayor C p ∗ S; porque ſiendo de otra manera, no ſe podria reſolver la queſtion. Aun mas, es neceſſario, que C p † $\frac{Bq}{4}$ tenga a $\frac{Bq}{2}$ razon mayor de la que tiene R a S; eſto ſupueſto, ſerà
B ∗ A ∗ S † 2 B ∗ A ∗ R — A q ∗ S — 2 A q ∗ R ⊏ B q ∗ R — C p ∗ S,

y aplicandolo todo por el paraboliſmo a S † 2 R ſerà

$$A * B - A q \sqsubset \frac{B q * R - C p * S.}{S \dagger 2 R}$$

La qual igualacion es contrariamente negada, y por eſto anfibologica; por lo qual la buſcada A puede ſer la mayor, ò menor, eſto es

$$A \sqsubset \frac{B}{2} \mp \surd \left(\frac{B q}{4} - \frac{B q * R \dagger C p * S}{S \dagger 2 R} \right.$$

Figura 2. Resolución de un problema en el «Álgebra numerosa» y en el «Álgebra Especiosa».

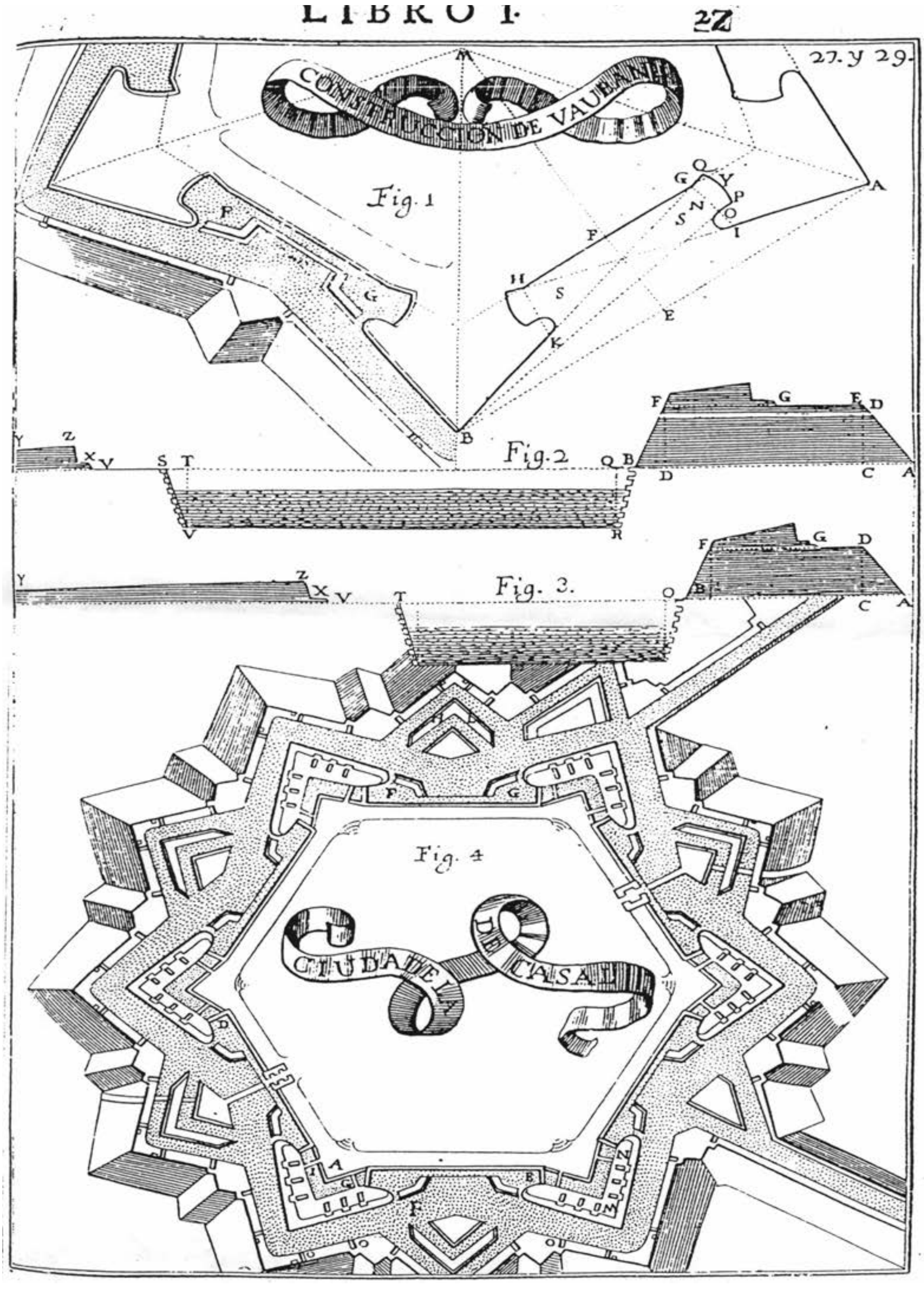

Figura 3. La fortificación de Vauban.

Figura 4. El asalto a una plaza fuerte.